

УДК 517.958

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ РАБОЧИХ ЭЛЕМЕНТОВ  
СПИРАЛЬНЫХ ВАКУУМНЫХ НАСОСОВ****А.В. БУРМИСТРОВ<sup>1</sup>, Р.З. ДАУТОВ<sup>2</sup>, М.М. КАРЧЕВСКИЙ<sup>2</sup>, Р.Р. ЯКУПОВ<sup>3</sup>**<sup>1</sup> Казанский национальный исследовательский технологический университет,<sup>2</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет, <sup>3</sup> ЗАО «НИИ турбокомпрессор им. В.Б. Шнеппа»

E-mail mkarchev@kpfu.ru

**NUMERICAL MODELING OF THE SCROLL  
VACUUM PUMP WORKING UNITS THERMAL FIELDS****A.V. BURMISTROV<sup>1</sup>, R.Z. DAUTOV<sup>2</sup>, M.M. KARCHEVSKY<sup>2</sup>, R.R. YAKUPOV<sup>3</sup>**<sup>1</sup> Kazan National Research Technological University, <sup>2</sup> Kazan Federal University,<sup>3</sup> Joint-Stock Company «NIITurbokompressor named after V.B. Shnepp», Kazan**Аннотация**

Описана математическая модель, предназначенная для детального расчета тепловых полей рабочих элементов спиральных вакуумных насосов. Учитывается как влияние тепловыделения сжимаемого газа, так и потери мощности на трение в подшипниках, уплотняющей ленты и т.п. Разработаны и программно реализованы алгоритмы вычисления трехмерных тепловых полей. Приведены результаты расчетов реальных конструкций.

**Ключевые слова:** Спиральный вакуумный насос, математическая модель, метод конечных элементов

**Summary**

The mathematical model designed for the detailed calculation of the scroll vacuum pump working units thermal fields is presented. The influence of the compressed gas heat dissipation and the power loss by friction in the bearings and sealing tape is considered. The algorithms of three-dimensional thermal fields computation are developed and implemented. The results of real construction calculations are presented.

**Key words:** Scroll vacuum pump, mathematical model, finite element method.

---

**Введение**

Точность расчета температурных и силовых деформаций спиралей во многом зависит от достоверности построения геометрии спиралей и полей температур по поверхности спиралей и корпуса, что невозможно без комплексного детального изучения рабочих процессов спиральных вакуумных насосов (НВСП) совместно с решением задач теплообмена современными методами исследования. Задача расчета теплообмена осложняется тем, что в диапазоне входных давлений от 105 до 1 Па режим течения газа меняется от вязкостного через переходный до молекулярного. Соответственно меняются законы течения газа и теплообмена в рабочем механизме НВСП. В настоящей работе описана универсальная методика расчета тепловых полей рабочих элементов спиральных вакуумных насосов. В основе предлагаемой методики лежит дискретная аппроксимация математической модели с использованием подробной трехмерной симплициальной сетки, достаточно точно воспроизводящей геометрию спиралей.

**1. Описание математической модели**

Насос вакуумный спиральный представляет собой машину объемного принципа действия, в которой газ перемещается в замкнутых полостях из области низкого давления (периферия) в область высокого давления (центр). Повышение давления газа приводит к его нагреву, а, следовательно, нагреву рабочих

элементов вакуумного насоса — спиралей. Дополнительный теплоприток, который необходимо учитывать — потери мощности на трение в таких элементах как подшипники качения и торцевые уплотнительные ленты. НВСП имеет воздушное охлаждение принудительной циркуляцией атмосферного воздуха вдоль задней оребренной поверхности неподвижной спирали, также часть тепла от подвижной спирали отводится через приводной вал и противоповоротные поводки. Для определения температурных полей рабочих элементов НВСП необходимо решить задачу теплообмена геометрически сложных деталей со всеми контактируемыми средами. Учитывая большую теплоемкость спиралей, по сравнению с колебаниями тепловых потоков от рабочего газа, задачу можно рассматривать в стационарной постановке, без учета изменения температуры спиралей во времени. Тем более, что основная откачная характеристика вакуумных насосов — быстрота действия, измеряется в стационарных условиях.

Нахождение температурных полей сводится к решению трехмерного стационарного уравнения теплопроводности (уравнения Лапласа)

$$\Delta T(x) = 0, \quad x \in \Omega. \quad (1)$$

В соответствии с реальными граничными режимами на разных участках границы сеточной области аппроксимируются различные граничные условия: — на одних участках ставится условие Дирихле

$$T(x) = T_1(x), \quad (2)$$

на других участках ставится граничное условие третьего рода, описывающие теплообмен с внешней средой, имеющей заданную температуру:

$$k \frac{\partial T(x)}{\partial \nu} + \alpha(x) (T(x) - T_0(x)) = q(x). \quad (3)$$

Вследствие сложной геометрии корпуса НВСП и затруднений, связанных с описанием теплообмена между ним и окружающей средой, вполне оправданным является замер температуры в месте контакта неподвижной спирали с корпусом вакуумного насоса и задание граничного условия Дирихле. На всех остальных поверхностях ставится граничное условие третьего рода. Для его задания необходимо иметь методику расчета коэффициента теплоотдачи или теплопередачи на каждом участке, температуру среды, с которой происходит теплообмен, и дополнительные тепловые потоки, возникающие при работе НВСП. Основная часть тепла от неподвижного спирального элемента отводится с помощью потока воздуха от вентилятора вдоль тыльной оребренной стороны спирального элемента. Теплообмен на данной поверхности рассматривается как обтекание плоской стенки с принудительной циркуляцией воздуха. Коэффициент теплоотдачи рассчитывается по следующей формуле:  $\alpha_{vent} = \frac{\lambda_B}{l_{reb}} \cdot 0.037 \cdot Re^{0.8}$ , где  $\lambda_B$  — коэффициент теплопередачи воздуха,  $l_{reb}$  — характерный размер, принимаемый равным средней длине потока при обтекании данной поверхности (половина длины ребра),  $Re = \frac{\omega_{vent} \cdot l_{reb}}{\nu}$  — число Рейнольдса,  $\omega_{vent}$  — средняя скорость потока, создаваемого вентилятором,  $\nu$  — кинематическая вязкость воздуха. Температура потока принимается средней между температурой окружающей среды на входе в вентилятор и температурой на выходе из канала. Теплообмен на наружной цилиндрической поверхности неподвижного спирального элемента рассматривается аналогично. Канал нагнетания рассматривается как цилиндрический канал. В зависимости от степени сжатия вакуумного насоса режим течения в нем может меняться от ламинарного до турбулентного. Для турбулентного режима коэффициент теплоотдачи рассчитывается по следующей формуле [3]:  $\alpha_{nag} = \frac{\lambda_{nag}}{d_{nag}} \cdot 0.021 \cdot Re^{0.8} Pr^{0.43}$ , где  $Re = \frac{\omega_{nag} \cdot d_{nag}}{\nu}$  — число Рейнольдса,  $\omega_{nag}$  — скорость газа в канале нагнетания,  $d_{nag}$  — диаметр канала нагнетания,  $Pr = 0.71$  — число Прандтля. Аналогичным образом рассчитывается теплообмен в канале всасывания. Воздух с обратной стороны подвижного спирального элемента неподвижен и имеет давление близкое к давлению всасывания, а движение воздуха около этой поверхности обусловлено только плоскопараллельным движением подвижного спирального элемента. В этом случае процесс можно рассматривать как обтекание плоской стенки при характерной скорости, равной скорости движения спирали и характерном размере, равном двойному эксцентриситету. Коэффициент теплоотдачи находится как  $\alpha_{pol} = \frac{\lambda_{pol}}{l_{pol}} \cdot 0.037 \cdot Re^{0.8}$ , где  $Re = \frac{\omega_{pol} \cdot d_{pol}}{\nu}$  — число

Рейнольдса,  $\omega_{pol}$  — относительная скорость воздуха,  $e$  — эксцентриситет,  $n$  — частота вращения вала,  $l_{pol} = 2e$  — характерный размер.

Данные условия теплообмена с небольшими погрешностями можно распространить и на боковую поверхность основания подвижного спирального элемента. Значительная доля тепла от подвижного спирального элемента отводится через подшипники к валу и противоположным поводкам. Так как вал и спиральный элемент имеют непосредственный контакт с подшипником, то процесс описывается соотношением  $q_{chpodsh} = \frac{\lambda_{podsh}}{\delta_{podsh}} (T(x) - t_{vala})$ , где  $\lambda_{podsh}$  — коэффициент теплопроводности подшипника, метод определения которого описан в работе [4],  $\delta_{podsh}$  — толщина подшипника,  $T(x)$  — температура конечной площадки спирали,  $t_{vala}$  — температура вала, измеренная экспериментально. Помимо теплообмена через подшипник, необходимо также учесть потери мощности на трение в подшипниках, которые преобразуются в дополнительный тепловой поток. Значение потерь мощности рассчитывается по методикам изготовителей подшипников и зависит как от типа подшипников и смазки, так и от нагрузки на подшипник и частоты вращения. Учитывая, что часть теплового потока отводится через вал, удельный тепловой поток рассчитывается по следующей формуле:  $q_{podsh} = \frac{N_{trpodsh}}{2S_{podsh}}$ , где  $N_{trpodsh}$  — потери мощности на трении в подшипнике,  $S_{podsh}$  — площадь соприкосновения подшипника и спирали. Торцевая часть вала и основание подвижного спирального элемента разделяет тонкая прослойка неподвижного воздуха, теплообмен через которую описывается соотношением  $q_{chzazor} = \frac{\lambda_{voz}}{\delta_{zazor}} (T(x) - t_{vala})$ , где  $\lambda_{voz}$  — теплопроводность воздуха,  $\delta_{zazor}$  — расстояние между торцом приводного вала и основанием подвижного спирального элемента. Аналогичным образом рассчитывается теплообмен между подвижным спиральным элементом и противоположными поводками.

Наиболее сложным является описание теплообмена между газом, находящимся в рабочей полости, и пером спирали. Подробный анализ методик расчета подобных процессов применительно к спиральным компрессорам приведен в работе [4]. В результате была предложена следующая зависимость:

$$\alpha_i = \frac{\lambda_i}{d_e} A \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.43} \left( 1 + 1.77 \frac{d_e}{R_i} \right) \varepsilon_{Di},$$

где  $\varepsilon_{Di}$  — поправочный коэффициент, учитывающий движение спирали, значение которого, равно единице;  $A$  — экспериментальный коэффициент, зависящий от тепловой нагрузки, который в [4] принят для спирального вакуумного насоса равным 0.023 и подтвержден экспериментальными данными,  $R_i$  — радиус кривизны спирали в данной точке. В качестве характерного размера принимается эквивалентный диаметр канала, который находится по формуле  $d_e = 4f/\Pi$ , где  $f = h_{per}2e$  — площадь поперечного сечения канала,  $\Pi = 2h_{per} + 4e$  — периметр канала,  $h_{per}$  — высота пера спирали. За характерную скорость принимается линейная скорость перемещения отсеченной полости  $\omega_0 = \pi R_i n / 30$ .

Основным различием процессов, протекающих в вакуумном насосе и компрессоре, является наличие участков, где давление воздуха намного ниже атмосферного, что приводит к необходимости учета изменения свойств рабочего тела при понижении давления. В [5] предлагается для учета влияния разрежения ввести поправку в значение динамической вязкости газа:  $\mu = \mu_{atm} / (1 + \beta Kn)$ , где  $Kn$  — число Кнудсена,  $\mu_{atm}$  — динамическая вязкость при атмосферном давлении. Параметры  $Kn$  и  $\beta$  связаны параметрической зависимостью

$$Kn = t - \frac{A}{(2 - c_2)(3 - c_2)t^{2-c_2}},$$

$$\beta = c_1 t^{c_2} + \frac{A}{c_1 c_2 (2 - c_2)(3 - c_2)t},$$

где  $A = 0.15$ ,  $c_1 = 1.479952$ ,  $c_2 = 0.1551753$ . Аналогичным образом рассчитывается динамическая вязкость газа для всех участков, где давление воздуха меньше атмосферного: канал всасывания, тыльная сторона подвижной спирали. Динамическая вязкость  $\mu_{atm}$  при атмосферном давлении рассчитывается по следующей формуле:  $\mu_{atm} = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2}$ , где  $\mu_0 = 16.27$  мкПа·с — контрольная динамическая вязкость при  $T_0 = 291.15$  К — контрольная температура,  $T$  — температура воздуха,  $C = 120$  К —

постоянная Сазерленда для воздуха.

Помимо теплообмена с рабочим телом, в рабочей полости присутствует дополнительный теплоприток — потери мощности на трение уплотнительных лент об основания спиральных элементов [1]. Данный теплоприток присутствует только на площадках оснований спиральных элементов, где есть контакт с уплотнительной лентой. Величину теплового потока от трения уплотнительной ленты принимаем равной  $q_{tr} = N_{tr.up}/S_{tr}$ , где  $S_{tr}$  — площадь зоны трения,  $N_{tr.up}$  — потери мощности на трение уплотнительной ленты.

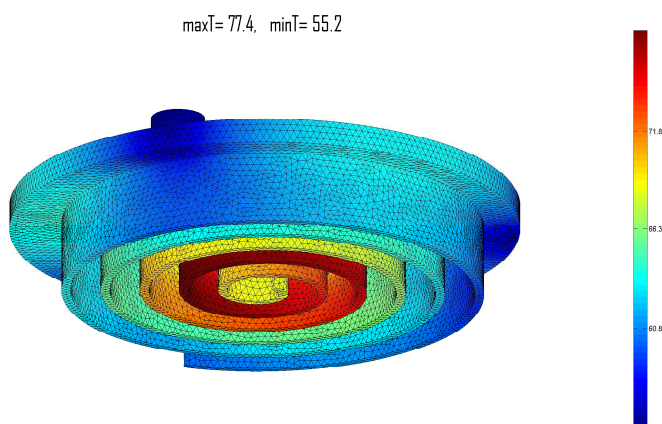


Рис. 1: Температурное поле подвижной спирали

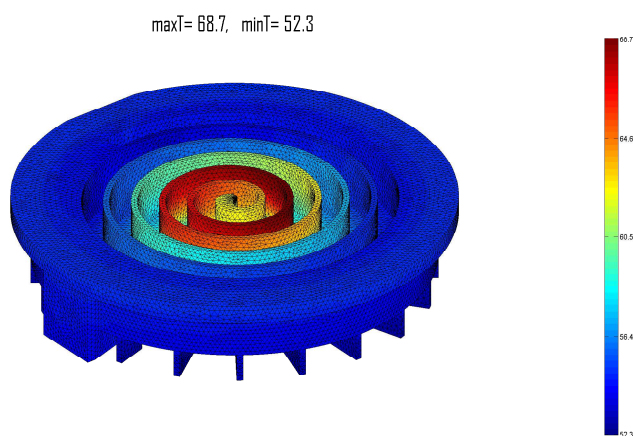


Рис. 2: Температурное поле неподвижной спирали

Для задания граничных условий по поверхностям рабочей полости согласно уравнению (3) необходимо также задать температуру газа, контактирующего с каждой элементарной площадкой. Для расчета других параметров, входящих в уравнения теплообмена, необходимо определить давление газа. Данные параметры рассчитываются с помощью термодинамической математической модели и передаются в расчетную программу в табличной форме в виде зависимостей давления и температуры от угла закрутки спирали. Для наружной и внутренней поверхностей спиралей находятся свои значения.

Значения параметров газа, контактирующего с основаниями спиральных элементов, определяются как средневзвешенные между двумя ближайшими точками наружной и внутренней поверхностей спиралей. Задача нахождения температурных полей спиралей решается в стационарной постановке, следовательно, параметры должны быть усреднены по времени. Учитывая, что при расчете параметров газа в термодинамической математической модели необходимо также учитывать теплообмен, а, следовательно, знать температуру стенок рабочей камеры, необходимо полученную температуру пера спирали вновь передать в математическую модель для уточнения расчета. При этом температура пера спирали усредняется по высоте.

Далее проводятся итерационные расчеты, с контролем сходимости по температуре пера спирали, передаваемой в термодинамическую математическую модель.

## 2. Численный метод и результаты расчетов

Уравнение (1) с граничными условиями (2), (3) решается методом конечных элементов. Для этого строится симплициальная трехмерная сетка, согласованная с геометрией спирали. Приближенное решение разыскивается в классе непрерывных, линейных на каждом конечном элементе функций. При построении конечноэлементной системы применялись квадратурные формулы, точные на базисных функциях.

На основе представленной методики, было создано оконное приложение в среде MATLAB, которое позволяет рассчитать температурные поля подвижного и неподвижного спиральных элементов и выдавать различные характеристики этих полей. В частности, были проведены расчеты для разрабатываемого типоразмерного ряда НВСП. Некоторые результаты приведены на рис. 1, 2.

На представленных рисунках видно, что основное повышение температуры спиралей происходит вблизи последних витков спирали, что обусловлено значительным повышением давления рабочего газа в данной области, а, следовательно, и температуры газа. Интенсификации процесса теплообмена способствует также увеличение коэффициента теплоотдачи между рабочим газом и спиральными элементами, связанное с увеличением плотности газа и приближением параметров газа к режимам вязкостного течения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Паранин Ю.А., Бурмистров А.В., Паранина О.Ю.** Численное моделирование тепловых полей рабочих элементов спиральных машин сухого сжатия // Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — Т. 17, № 5 — С. 90–95.
2. **Михеев М.А., Михеева И.М.** Основы теплопередачи. — М: Энергия, 1977. — 344 с.
3. **Паранин Ю.А.** Совершенствование метода расчета рабочего процесса спирального компрессора сухого сжатия с использованием результатов экспериментальных исследований: дисс. на соискание ученой степени кандидата технических наук. — Казань, 2011. — 254 с.
4. **Zeyu Li, Liansheng Li, Yuanyang Zhao, Gaoxuan Bu, Pengcheng Shu.** Theoretical and experimental study of dry scroll vacuum pump // Vacuum. — 2010. — № 84 — P. 415–421

## REFERENCES

1. **Paranin Yu.A., Burmistrov A.V., Paranina O.Yu.** Numerical simulation of thermal fields of the working elements of oil-free scroll machines [Chislennoe modelirovanie teplovykh poley rabochikh elementov spiralnykh mashin sukhogo szatiya] // Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta. — 2014. — V. 17, № 5 — P. 90–95. (in Russian)
2. **Miheev M.A., Miheeva I.M.** The Basics of Heat Transfer. [Osnovy teploperedachi]. — Moscow: Energia, 1977. — 344 p. (in Russian)

3. **Paranin Yu.A.** The enhancement of computation method of oil-free scroll compressor working process using the results of experimental investigations [Sovershenstvovanie metoda rascheta rabocheho protsessa spiralnogo kompressora sukhogo szatiya s ispolzovanien rezultatov eksperimentalnykh issledovaniy]: Thesis for the the degree of Candidate of technical science. — Kazan, 2011. — 254 p. (in Russian)
4. **Zeyu Li, Liansheng Li, Yuanyang Zhao, Gaoxuan Bu, Pengcheng Shu.** Theoretical and experimental study of dry scroll vacuum pump // Vacuum. — 2010. — № 84. — P. 415–421.